INDICE APPUNTI PROF. PAPPALARDO

RICERCA OPERATIVA 2015/2016

PROGRAMMAZIONE LINEARE (PL)

I SETTIMANA
Problemi: Allocazione Ottima di risorse, Assegnamento. Introduzione alla Programmazione Lineare; Poliedri in R^n; Combinazioni convesse e coniche; Teorema di Weil; Teorema della Programmazione Lineare (PL con DIM); Teorema del vertice (soluzione ammissibile); Formati standard e non; pag 1-12

II SETTIMANA
Problema in formato primale /duale standard: passaggio da uno all'altro; Teorema del vertice (duale standard); Test di Ottimalità; Teorema della dualità; Teorema degli scarti complementari (cenni di DIM); Teorema della dualità completo; pag 13-18

III SETTIMANA
Algoritmo del simplesso primale (DIM correttezza); Algoritmo del simplesso duale (DIM correttezza); Formato accettato dal software "MathLab" con esercizi; Tecnica del problema ausiliare (DA); pag 18-25

PROGRAMMAZIONE LINEARE SU RETI

IV SETTIMANA
Reti capacitate e non capacitate; Matrice d'incidenza; Problema dei cammini minimi; Teorema sul rango della matrice d'incidenza; Teorema caratterizzazione delle basi;Teorema di interezza; Calcolo dei potenziali di base; Flusso di costo minimo; Teoremi di Bellman; Per ogni teorema, c'è la versione per reti capacitate e non; pag 25-33

V SETTIMANA
Problema del flusso massimo; Problema di assegnamento a costo minimo; Algoritmo del simplesso su reti capacitate e Non; Algoritmo di "Ford-Fulkerson"; Algoritmo di Dijstra(pag 44) pag 33-43

PROGRAMMAZIONE LINEARE INTERA (PLI)

VI SETTIMANA
Valutazioni inferiori e superiori; Problema dello zaino / zaino intero;Problema di produzione; Problema del commesso viaggiatore TSP/ TSP simmetrico; Algoritmo delle toppe; Algoritmo del nodo più vicino e del k-albero; pag 44-51

VII SETTIMANA
Problemi di PLI: set-covering, minimo tempo completamento, dimensionamento; Teorema di equivalenza fra PL, e PLI; Algoritmi per la riduzione del gap: Teorema di Gomory (con i relativi piani di taglio), Branch&Bound per min e max; pag 52-60

PROGRAMMAZIONE NON LINEARE (PNL)

VIII SETTIMANA
Ripasso di Analisi 2: Funzioni quadratiche, Rappresentazione Canonica con matrice simmetrica, Teoremi di Fermat, Hessiana, Coercività, su funzioni Convesse, Weierstrass per insiemi limitati. pag 61- 65

IX SETTIMANA
Risoluzione del sistema per annullare il gradiente; Teorema differenziale o di funzioni composte; Metodo iterativo del gradiente; Metodo della ricerca esatta; Teorema della convergenza (funzione coerciva e/o convessa); Metodo della ricerca inesatta: regole di "Armijio-Golden-Wolfe"; PNL vincolata; Domini regolari; Teoremi visti precedentemente applicabili a PNL vincolata; pag 66-72

X SETTIMANA
Teorema (LKKT) (condizione necessaria); Teorema 2 (LKKT) con funzioni concave e convesse; Teorema 3 sul dominio convesso; Funzione Lagrangiana; Condizioni del 2° ordine con l'Hessiana Lagrangiana; Analisi Locale; pag 73-78

XI SETTIMANA
Metodi della PNL vincolata: "Frank-Wolfe", Algoritmo del gradiente proiettato, caso $d_k=0$; pag 79-85

XII SETTIMANA
Esercitazione facsimile compito scritto; Domande da orale
pag 86-97

ESERCITAZIONI pag 98-130

GLOSSARIO pag 131-132

master COPY COPISTERIA

RICERCA OPERATIVA

PROF: M. PAPPALARDO

LIBRO DI TESTO: RICERCA OPERATIVA DI MASSIMO PAPPALARDO CASA PISA UNIVERSITY PRESS
SUL LIBRO CI SONO TUTTI E SOLI ARGOMENTI TRATTATI NEL CORSO

SITO INTERNET: www.di.unipi.it

RICEVIMENTO: GIOVEDÌ POMERIGGIO 15:00 (DIP. INFORMATICA LARGO PONTECORVO)

ESAME: - SCRITTO (DIVISO 4 ARGOMENTI)
- ORALE

PREREQUISITI:

ALGEBRA LINEARE
1. RANGO (LINEARE DIP)
2. SISTEMI LINEARI (RISOLUZIONE)
3. PRODOTTO FRA MATRICI ($m \times m$)
4. DETERMINANTI
5. MATRICE INVERSA

ANALISI II
(POCA ROBA)
SOLO NELL'ULTIMA PARTE DEL CORSO

IN FONDO È PRESENTE UNA PAGINA CON TUTTI I TERMINI NUOVI INCONTRATI A LEZIONE.

PROGRAMMA: È DIVISO IN 4 ARGOMENTI DI 20 ORE CIASUNO. 10 ORE ESERCIZI

PROBLEMA N°1 "ALLOCAZIONE OTTIMA DI RISORSE"

COME UTILIZZO AL MEGLIO LE MIE RISORSE CHE HO A DISPOSIZIONE?

DATA UNA TABELLA (ADESSO NON SI SA DARNE UN'INTERPRETAZIONE)

	A	B	DISP
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
	90	120	*

SI PUÒ SUPPORRE CHE A e B SIANO DEI PROGRAMMI, e CHE 1, 2, 3 SIANO PROCESSORI.
"DISP" RAPPRESENTA LA DISP IN MINUTI DI QUEL PROCESSORE.

A QUESTI DATI SI PUÒ DARE ANCHE UN'ALTRA INTERPRETAZIONE COME AD ES. A, B PRODOTTI DI UNA FABBRICA DISP QUANTI NE POSSO PRODURRE AL MAX.

I VALORI 90 e 120 POTREBBERO ESSERE I PROFITTI CHE OTTENGO SE LI METTO IN VENDITA. L'OBBIETTIVO RIMANE COME UTILIZZO AL MEGLIO LE MIE RISORSE?

NELLA PRATICA LA TABELLA VIENE DI GRANDI DIMENSIONI, PER GLI ESERCIZI TRATTATI E PER CAPIRE MEGLIO COME FUNZIONA, LE TABELLE SARANNO DI PICCOLE DIMENSIONI.

LA DOMANDA È: COME SI RISOLVE?

DEVO SCRIVERE UN MODELLO MATEMATICO

OPERAZIONI DA FARE:

1) INTRODUZIONE DELLE VARIABILI DECISIONALI"!
   CIOÈ CAPIRE QUALI SONO LE INCOGNITE DEL PROBLEMA
2) INTRODUZIONE DI UNA FUNZIONE OBBIETTIVA! GLOSSARIO * FUNZIONE DA MASSIMIZZARE O MINIMIZZARE
3) TENERE CONTO DEI VINCOLI!

TUTTO CIÒ CONSISTE NEL TRADURRE UNA FRASE DALL'ITALIANO IN MODELLO MATEMATICO

NELL'ESEMPIO PRECEDENTE SI POSSONO CONSIDERARE A e B COME (X_A, X_B) E RAPPRESENTARLI SU UN GRAFICO. OGNI PUNTO RAPPRESENTATO SI CHIAMA DECISIONE

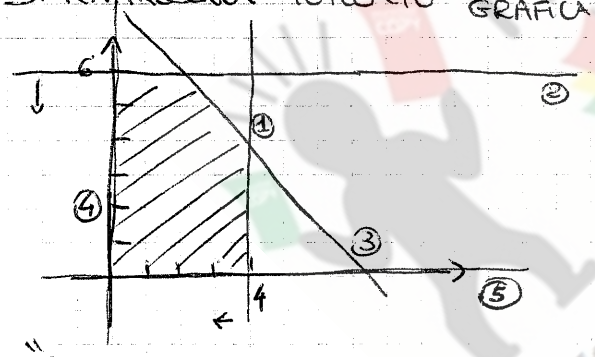
$$\begin{cases} \max (90X_A + 120X_B) & \leftarrow \text{FUNZIONE OBBIETTIVO} \\ 1X_A + 0X_B \leq 4 & \text{(1)} \\ 0X_A + 2X_B \leq 12 & \text{(2)} \\ 3X_A + 2X_B \leq 18 & \text{(3)} \\ X_A, X_B \geq \phi & \text{(4,5)} \end{cases}$$

(1), (2), (3) ← VINCOLI

ATTENZIONE!! NON SI SONO TENUTI IN CONSIDERAZIONE TUTTI I VINCOLI → BISOGNA AGGIUNGERE

PERCHÉ SI STA CERCANDO UN RICAVO POSITIVO ALTRIMENTI L'ALGORITMO PUÒ PRODURRE (0,0) OPPURE SE È SBAGLIATO ANCHE VALORI NEGATIVI (-6,10)

SI RAPPRESENTA TUTTO CIÒ GRAFICAMENTE (COMPRESI I VINCOLI)



"INTERPRETAZIONE GEOMETRICA DELLA REGIONE AMMISSIBILE"

REGIONE AMMISSIBILE: INSIEME DEI PUNTI CHE SODDISFANO TUTTI I VINCOLI

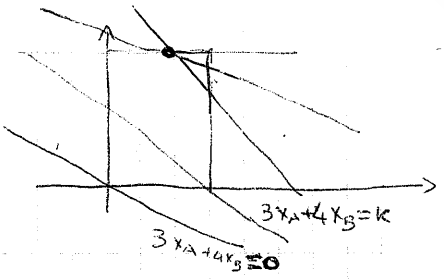
SI OTTIENE UN POLIGONO A 5 LATI RAPPRESENTANTE TUTTI I PIANI PRODUTTIVI AMMISSIBILI

$$90X_A + 120X_B = 0$$

$$\boxed{3X_A + 4X_B = 0}$$ RETTA D'ISOGUADAGNO

$$3X_A + 4X_B = K$$

PER AUMENTARE IL GUADAGNO DEVO CERCARE LA RETTA CHE INTERSECA LA REGIONE AMMISSIBILE NEL PUNTO MASSIMO



$$90X_A + 120X_B \geq 90X_A + 120X_B \quad \forall (X_A, X_B) \in R$$

(R: REGIONE AMMISSIBILI)

SOLUZIONE OTTIMA DEL PROBLEMA: QUELLA SOLUZIONE AMMISSIBILE CHE FORNISCE IL VALORE PIÙ ELEVATO DELLA FUNZIONE OBBIETTIVO.

PROGRAMMAZIONE LINEARE (PL): È DEFINITA DI MINIMO O DI MASSIMO DI UNA FUNZIONE LINEARE DI m VARIABILI SOGGETTE AD m VINCOLI LINEARI CON SEGNO

$\leq \quad 0 \quad \geq \quad =$

ESISTE UN SOFTWARE IN GRADO DI RISOLVERE TUTTI I PROBLEMI DI PL.

$$\begin{cases} \max \; cx \\ Ax \le b \end{cases}$$ ← m disequazioni lineari

dove $c \in \mathbb{R}^m$ $x \in \mathbb{R}^n$ $b \in \mathbb{R}^m$ $A \in M^{m \times n}$

RIVEDENDO L'ESEMPIO PRECEDENTE

$$\begin{cases} \max \; 90x_A + 120x_B \\ x_A \le 4 \\ x_B \le 6 \\ 3x_A + 2x_B \le 18 \\ x_A, x_B \ge 0 \end{cases}$$ ← QUESTA DISEQ. VA PORTATA NELLA FORMA ≤ MOLTIPLICANDO PER −1

SI OTTIENE

$$\underset{5\times 2}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}} \cdot \underset{2\times 1}{\begin{pmatrix} x_A \\ x_B \end{pmatrix}} \le \underset{5\times 1}{\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 18 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

5×2

LINGUAGGIO "MATLAB"

$c = [90 \; 120]$ VETTORE RIGA

$b = [4; 6; 18; 0; 0]$ VETTORE COLONNA

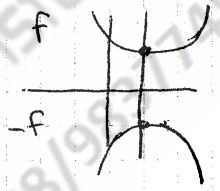
$A = [1\,0; 0\,1; 3\,2; -1\,0; 0\,-1]$ MATRICE 5×2

ES. IDENTIFICAZIONE DEI DATI

$$\begin{cases} \min \; 2x_1 + 3x_2 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 7 \\ 4x_1 + 5x_2 \ge 2 \\ x_1 + x_2 = 6 \end{cases}$$

PICCOLI TRUCCHETTI $\min f = -\max(-f)$

① VEDI ↳



IL MIN PUO' ESSERE VISTO COME − IL MASSIMO DELLA FUNZIONE OPPOSTA

② IL SEGNO $\ge \longrightarrow \le$ MOLTIPLICANDO PER −1

③ IL SEGNO $= \longrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 \le 6 \\ x_1 + x_2 \ge 6 \end{cases}$ VERIFICA ENTRAMBE LE DISUGUAGLIANZE CONTEMPORANEAMENTE

SOLUZIONE

$c = [-2 \quad -3]$

$b = [7; -2; 6; -6]$

$A = [3\,2; -4\,-5; 1\,-1; -1\,1]$

PROBLEMA N°2 — ASSEGNAMENTO

DATA LA TABELLA (SUPPONENDO SIANO LAVORI)

	1	2	3	4	5
1	61	38	27	59	38
2	47	49	52	35	61
3	56	48	53	63	39
4	47	45	61	37	50
5	40	35	25	31	60

↑ SUPPONENDO SIANO PERSONE

SE ASSEGNO PERSONA $i \longrightarrow$ LAVORO i $\forall i$ 1…5 HO COSTO DI 260

DEVO ASSEGNARE

COSTO PERSONA 1 ⟶ LAVORO 1

" " 2 ⟶ " 2

" " 5 ⟶ " 5

QUALE È LA SCELTA MIGLIORE CHE POSSO FARE? È IL MIO COSTO MINIMO?